

Praktikum Digitale Signalverarbeitung

im WS 2006/07

Versuch: Spektralanalyse

am 23.10.2006

Gruppenmitglieder (NT8.4):

Breitschaft, Marco	xxxxxx
Milewski, Mario	xxxxxx
Uhl, Michael	712560

Betreuer:

Dipl. Ing. Sörgel

Inhaltsverzeichnis

4	VERSUCHSVORBEREITUNG	3
4.1.	AUFGABE 4.1	3
4.2.	AUFGABE 4.2	3
4.3.	AUFGABE 4.3	4
4.4.	AUFGABE 4.4	7
4.5.	AUFGABE 4.5	9
4.6.	AUFGABE 4.6	10
4.7.	AUFGABE 4.7	11
4.8.	AUFGABE 4.8	14
4.9.	AUFGABE 4.9	15
5	VERSUCHSDURCHFÜHRUNG	17
5.1.	FENSTERFUNKTIONEN	17
5.2.	SPEKTRUM EINES EINZELIMPULSES	18
5.3.	EINFLUß VON FENSTERFORM UND FENSTERBREITE	20
5.4.	EINFLUß VON PERIODENDAUER UND TASTVERHÄLTNIS	22
5.5.	DETEKTION BESTIMMTER FREQUENZKOMPONENTEN	26
5.6.	ANALYSE VON SPRACHSIGNALEN	30
6	VERSUCHSAUSWERTUNG	34
6.1.	AUFGABE 6.1	34
6.2.	AUFGABE 6.2	34
6.3.	AUFGABE 6.3	34
6.4.	AUFGABE 6.4	35

4 Versuchsvorbereitung

4.1. Aufgabe 4.1

Gleichung (2): $X(f) = T_R \cdot \text{si}(\pi f T_R) = T_R \frac{\sin(\pi f T_R)}{\pi f T_R}$

$$(I) \quad x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_R}\right) \rightarrow x(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } -\frac{T_R}{2} \leq t \leq \frac{T_R}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$(II) \quad X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$(I) \text{ in } (II) \quad X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect}\left(\frac{t}{T_R}\right) e^{-j2\pi f t} dt =$$

$$= \int_{-\frac{T_R}{2}}^{+\frac{T_R}{2}} 1 \cdot e^{-j2\pi f t} dt = \left[\frac{1}{-j2\pi f} e^{-j2\pi f t} \right]_{-\frac{T_R}{2}}^{\frac{T_R}{2}} =$$

$$= \frac{-1}{j2\pi f} e^{-j2\pi f \frac{T_R}{2}} + \frac{-1}{j2\pi f} e^{j2\pi f \frac{T_R}{2}} = \frac{-1}{j2\pi f} \left(e^{-j2\pi f \frac{T_R}{2}} + e^{j2\pi f \frac{T_R}{2}} \right) =$$

$$= \frac{2T_R}{2} \frac{\sin\left(2\pi f \frac{T_R}{2}\right)}{2\pi f \frac{T_R}{2}} = T_R \frac{\sin(\pi f T_R)}{\pi f T_R} =$$

$$= \underline{\underline{T_R \text{si}(\pi f T_R) = X(f)}}$$

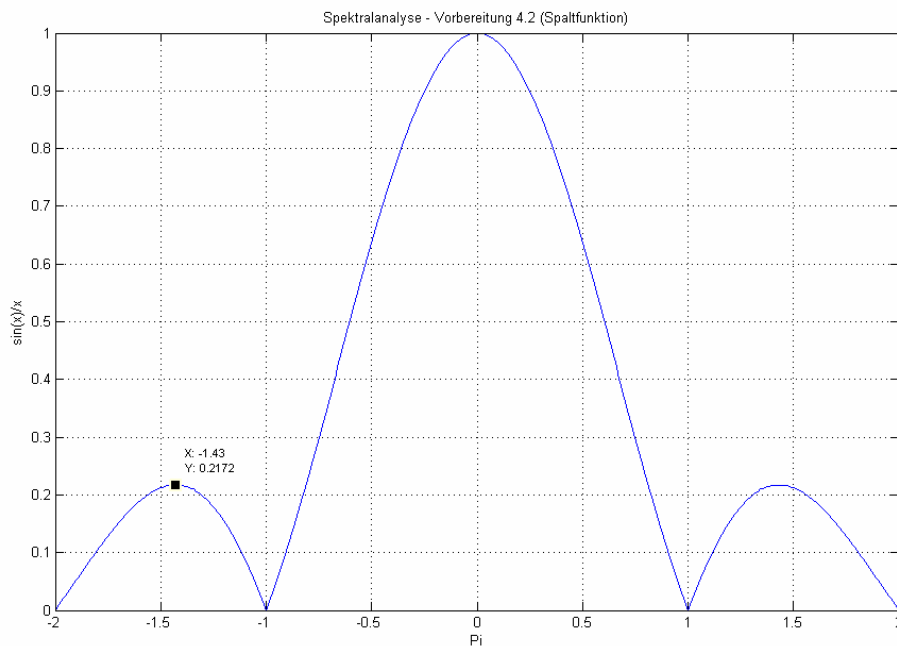
4.2. Aufgabe 4.2

Zur Überprüfung der Aussage, dass der erste Nebenzipfel der Spaltfunktion betragsmäßig gegenüber dem Maximum um ca. 13 dB gedämpft ist wurde folgendes Matlab-Programm verwendet:

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.2 (Spaltfunktion)
x=[-2:0.01:2];           %[untere Grenze : Schritt : obere Grenze]
y=abs(sinc(x));         % Rechteckimpuls der Breite TR=1
plot(x,y);
xlabel('Pi');
ylabel('sin(x)/x');
```

```
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.2 (Spaltfunktion)');
grid;
```

Anhand des Plots lässt sich die Aussage bestätigen:



- Abbildung 1: Spaltfunktion -

Der erste Nebenzipfel ist um $20\log(0,2172) = -13,26dB$ gedämpft.

4.3. Aufgabe 4.3

$$x_p(t) = \cos(2\pi f_0 t) \xrightarrow{\mathfrak{F}} X_p(f) = \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$$

$$w_R(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_R}\right) \xrightarrow{\mathfrak{F}} W_R(f) = T_R \text{si}(\pi f T_R)$$

$$X(f) = X_p(f) * W_R(f) = \frac{T_R}{2}(\text{si}(\pi(f - f_0)T_R) + \text{si}(\pi(f + f_0)T_R))$$

mit $T_R = T_W$ folgt \cos mit rect -Fensterung:

$$X(f) = \frac{T_W}{2}(\text{si}(\pi T_W(f - f_0)) + \text{si}(\pi T_W(f + f_0)))$$

a) $T_w = T_0$:

$$X(f) = \frac{T_0}{2} \left(\text{si}(\pi T_0 (f - f_0)) + \text{si}(\pi T_0 (f + f_0)) \right)$$

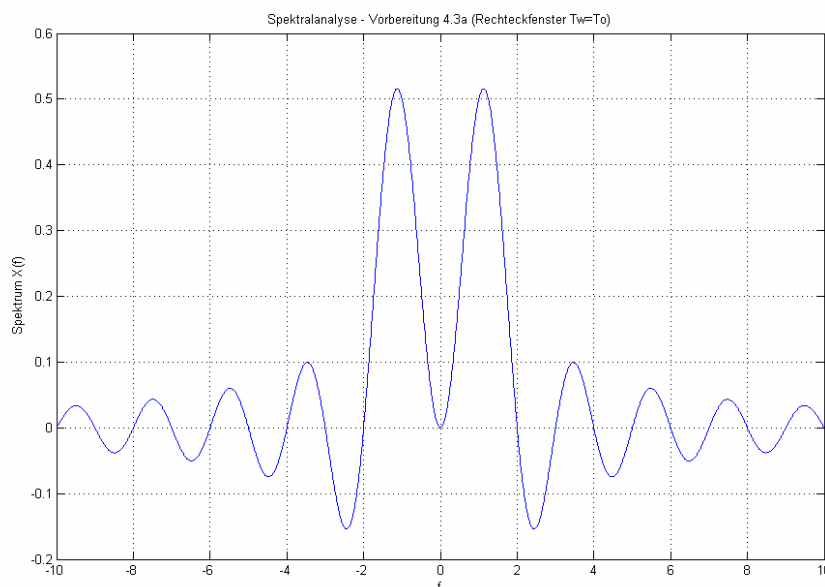
$$T_0 = \frac{1}{f_0} :$$

$$X(f) = 2f_0 \left(\frac{\sin\left(\pi \frac{1}{f_0} f - \pi\right)}{\pi \frac{1}{f_0} f - \pi} + \frac{\sin\left(\pi \frac{1}{f_0} f + \pi\right)}{\pi \frac{1}{f_0} f + \pi} \right)$$

$$X(f=0) = 2f_0(0+0) = 0$$

Das Ergebnis bestätigt folgender Matlab-Plot:

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3a (Rechteckfenster Tw=To)
To=1; % Periodendauer der Pulsfolge
Tw=1*To; % Fensterbreite
fo=1/To;
f=[-10:0.01:10];
x=0.5*Tw*(sinc(Tw*(f-fo))+sinc(Tw*(f+fo)));
plot(f,x);
xlabel('f');
ylabel('Spektrum X(f)');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3a (Rechteckfenster Tw=To)');
grid;
```



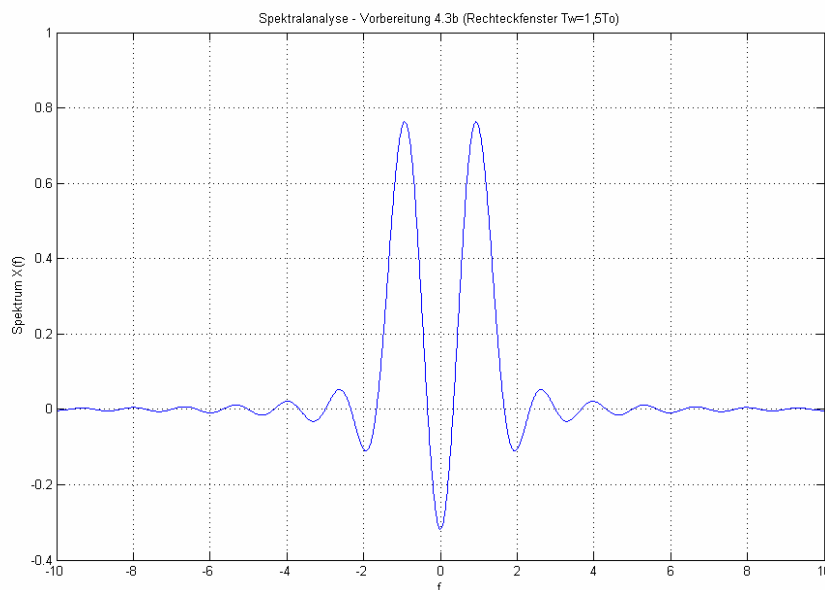
- Abbildung 2: Fensterbreite $T_w = T_0$ -

b) $T_w = 1,5T_0$:

$$X(f) = \frac{3}{4f_0} \left(\frac{\sin\left(\frac{-9\pi}{4f_0}\right)}{\frac{-9\pi}{4f_0}} + \frac{\sin\left(\frac{9\pi}{4f_0}\right)}{\frac{9\pi}{4f_0}} \right)$$

$$X(f=0)|_{f_0=1} = 0,15$$

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3b (Rechteckfenster Tw=1,5To)
To=1; % Periodendauer der Pulsfolge
Tw=1.5*To; % Fensterbreite
fo=1/To;
f=[-10:0.01:10];
x=0.5*Tw*(sinc(Tw*(f-fo))+sinc(Tw*(f+fo)));
plot(f,x);
xlabel('f');
ylabel('Spektrum X(f)');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3b (Rechteckfenster Tw=1,5To)');
```



- Abbildung 3: Fensterbreite $T_w = 1,5T_0$ -

c) $T_w = 10T_0$

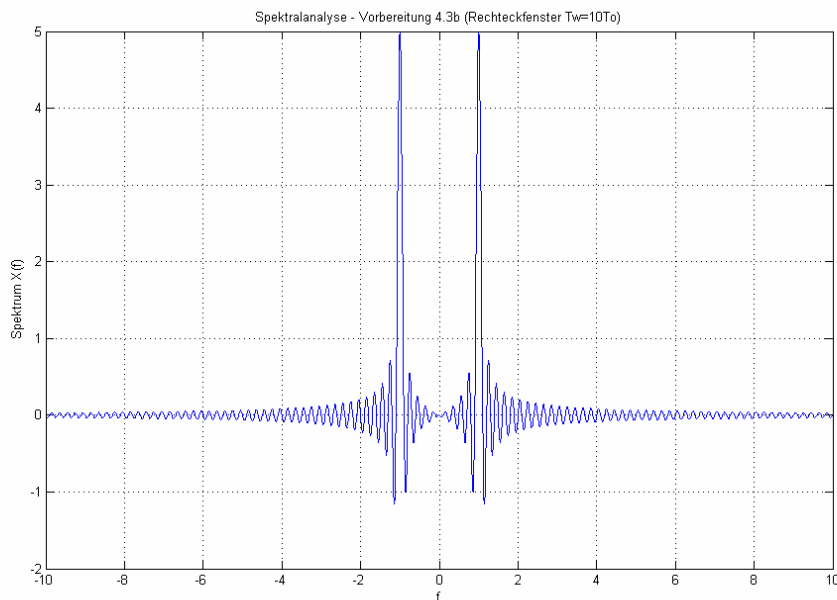
$$X(f) = 5f_0 \left(\frac{\sin\left(\pi \frac{10}{f_0} f - \pi \frac{10}{f_0} f_0\right)}{\left(\pi \frac{10}{f_0} f - \pi \frac{10}{f_0} f_0\right)} + \frac{\sin\left(\pi \frac{10}{f_0} f + \pi \frac{10}{f_0} f_0\right)}{\left(\pi \frac{10}{f_0} f + \pi \frac{10}{f_0} f_0\right)} \right)$$

$$X(f=0) = 5f_0(0+0) = 0$$

```

%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3b (Rechteckfenster Tw=10To)
To=1;           % Periodendauer der Pulsfolge
Tw=10*To;      % Fensterbreite
fo=1/To;
f=[-10:0.01:10];
x=0.5*Tw*(sinc(Tw*(f-fo))+sinc(Tw*(f+fo)));
plot(f,x);
xlabel('f');
ylabel('Spektrum X(f)');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.3b (Rechteckfenster Tw=10To)');
grid;

```



- Abbildung 4: Fensterbreite $T_w = 10T_0$ -

4.4. Aufgabe 4.4

$$X_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} c_k \delta(f - kf_0) \quad \text{Gleichung (6)}$$

$$\text{mit } c_k = \frac{T_R}{T_0} \text{sinc}\left(k\pi \frac{T_R}{T_0}\right) \quad \text{Gleichung (7)}$$

$$T_W = 8T_0 = 16T_R :$$

$$c_k = 0,5 \operatorname{sinc}(0,5k\pi)$$

$$W_R(f) = T_W \operatorname{sinc}(\pi f T_W)$$

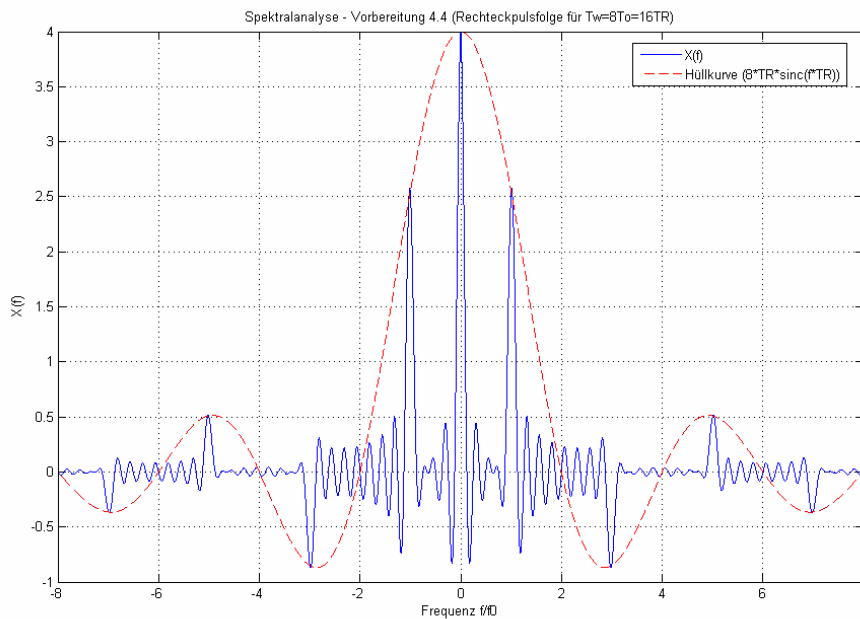
$$X(f) = X_P(f) * W_R(f) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} 0,5 \operatorname{sinc}(0,5k\pi) T_W \operatorname{sinc}((f - kf_0) T_W)$$

Das Spektrum des Ausschnitts einer Rechteckpulsfolge mit $T_W = 8T_0 = 16T_R$ wurde mithilfe von Matlab dargestellt:

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.4 (Rechteckpulsfolge für Tw=8To=16Tr)
T0 = 1; % Periodendauer der Pulsfolge
TR = 0.5*T0; % Pulsbreite
TW = 8*T0; % Fensterbreite
f0 = 1/T0;
f = -8:0.01:8; %Bereich
Xf = 0;
for k = -8:1:8
    XW = TW * sinc((f-k) * TW); % Spektrum des Rechteckfensters
    ck = TR/T0 * sinc(k * TR/T0); % Berechnen der
Fourierkoeffizienten
    Xf = Xf + XW * ck;
end

huellkurve = 8*TR*sinc(f*TR);

plot(f/f0, Xf, f/f0, huellkurve, 'r--');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.4 (Rechteckpulsfolge für
Tw=8To=16Tr)');
xlabel('Frequenz f/f0');
ylabel('X(f)');
legend('X(f)', 'Hüllkurve (8*TR*sinc(f*TR))');
grid;
```



- Abbildung 5: Rechteckpulsfolge -

4.5. Aufgabe 4.5

Die Fouriertransformierte des Hammingfensters lautet:

$$W_H(f) = 0,54 \cdot W_R(f) + 0,23 \cdot \left(W_R\left(f - \frac{1}{T_W}\right) + W_R\left(f + \frac{1}{T_W}\right) \right)$$

mit $W_R(f) = T_W \text{sinc}(\pi f T_W)$ folgt:

$$W_H(f) = 0,54 \cdot T_W \text{sinc}(\pi f T_W) + 0,23 \cdot T_W \text{sinc}\left(\pi T_W \left(f - \frac{1}{T_W}\right)\right) + 0,23 \cdot T_W \text{sinc}\left(\pi T_W \left(f + \frac{1}{T_W}\right)\right)$$

Die Darstellung der Fouriertransformierten des Hammingfensters durch Überlagerung der 3 oben genannten Spaltfunktionen erfolgte mithilfe von Matlab:

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.5 (Fouriertransformierte des
Hammingfensters)
f=[-4:0.01:4];
TW=1;

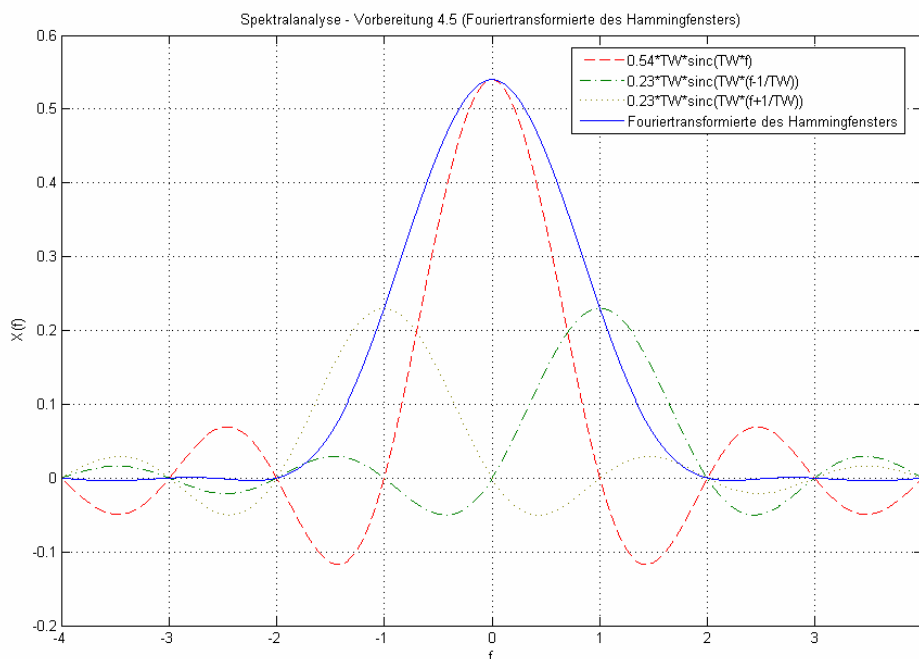
Term1=0.54*TW*sinc(TW*f);
```

```

Term2=0.23*TW*sinc(TW*(f-1/TW));
Term3=0.23*TW*sinc(TW*(f+1/TW));
Hammingfenster=Term1+Term2+Term3;

plot(f,Term1,'r--',f,Term2,'g--',f,Term3,'y--',f,Hammingfenster,'b');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.5 (Fouriertransformierte des
Hammingfensters)');
xlabel('f');
ylabel('X(f)');
legend('0.54*TW*sinc(TW*f)', '0.23*TW*sinc(TW*(f-
1/TW))', '0.23*TW*sinc(TW*(f+1/TW))', 'Fouriertransformierte
des Hammingfensters');

```



- Abbildung 6: Hammingfenster -

4.6. Aufgabe 4.6

$$X_{DFT}(v) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot e^{-j2\pi v \frac{k}{N}}$$

mit $e^{-j2\pi v \frac{k}{N}} = \cos\left(2\pi v \frac{k}{N}\right) - j \sin\left(2\pi v \frac{k}{N}\right)$ folgt

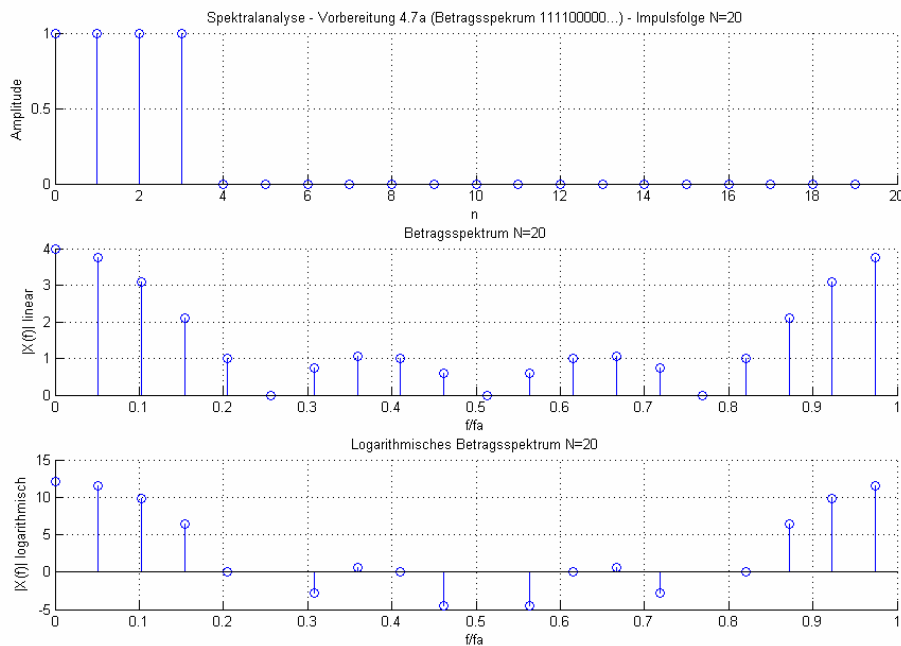
$$X_{DFT}(v) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) \cdot \left(\cos\left(2\pi v \frac{k}{N}\right) - j \sin\left(2\pi v \frac{k}{N}\right) \right)$$

4.7. Aufgabe 4.7

Die Betragsspektren $|X(fv)|$ des Signals $x(n) = \{1,1,1,1,0,0,\dots\}$ für die Blocklängen $N = 20, 50$ und 100 wurde graphisch mit Matlab dargestellt:

a) Blocklänge $N=20$

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7a (Betragsspektrum 111100000... - N=20)
N=0:19;
% Signal erzeugen (111100000...)
x=[ones(1,4) zeros(1,length(N)-4)] ;
% Frequenzachse mit N Abtasttpunkten
f=[0:1/(2*length(N)-1):0.5];
% FFT durchführen
Xf=abs(fft(x));
%logarithmische Darstellung
Xflog=20*log10(Xf);
subplot(3,1,1);
stem(N,x);
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7a (Betragsspektrum 111100000...) -
Impulsfolge N=20');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid;
subplot(3,1,2);
stem(2*f,Xf,'b');
title('Betragsspektrum N=20');
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| linear');
grid;
subplot(3,1,3);
stem(2*f,Xflog,'b');
title('Logarithmisches Betragsspektrum N=20');
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| logarithmisch');
grid;
```



- Abbildung 7: Blocklänge N=20 -

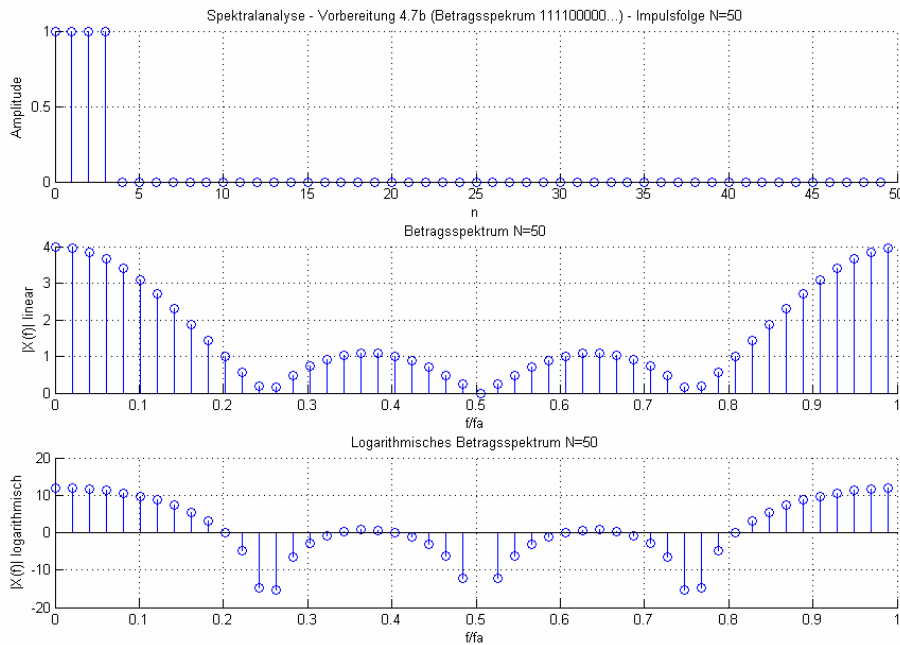
b) Blocklänge N=50

```

%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7b (Betragsspektrum 111100000... - N=50)
N=0:49;
% Signal erzeugen (111100000....)
x=[ones(1,4) zeros(1,length(N)-4)] ;
% Frequenzachse mit N Abtastpunkten
f=[0:1/(2*length(N)-1):0.5];
% FFT durchführen
Xf=abs(fft(x));
%logarithmische Darstellung
Xflog=20*log10(Xf);
subplot(3,1,1);
stem(N,x);
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7b (Betragsspektrum 111100000...) -
Impulsfolge N=50');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid;
subplot(3,1,2);
stem(2*f,Xf,'b');
title('Betragsspektrum N=50');
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| linear');
grid;
subplot(3,1,3);
stem(2*f,Xflog,'b');
title('Logarithmisches Betragsspektrum N=50');

```

```
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| logarithmisch');
grid;
```

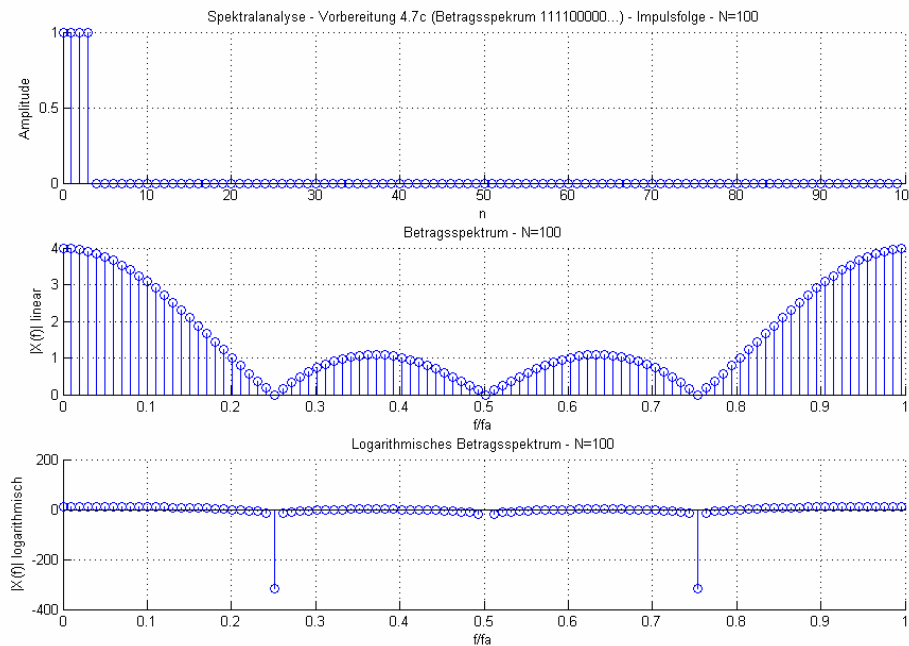


- Abbildung 8: Blocklänge N=50 -

c) Blocklänge N=100

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7c (Betragsspektrum 111100000... - N=100)
N=0:99;
% Signal erzeugen (111100000....)
x=[ones(1,4) zeros(1,length(N)-4)] ;
% Frequenzachse mit N Abtastpunkten
f=[0:1/(2*length(N)-1):0.5];
% FFT durchführen
Xf=abs(fft(x));
%logarithmische Darstellung
Xflog=20*log10(Xf);
subplot (3,1,1);
stem(N,x);
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.7c (Betragsspektrum 111100000...) -
Impulsfolge - N=100');
xlabel('n');
ylabel('Amplitude');
grid;
subplot(3,1,2);
stem(2*f,Xf,'b');
title('Betragsspektrum - N=100');
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| linear');
```

```
grid;
subplot(3,1,3);
stem(2*f,Xflog,'b');
title('Logarithmisches Betragsspektrum - N=100');
xlabel('f/fa');
ylabel('|X(f)| logarithmisch');
grid;
```



- Abbildung 9: Blocklänge N=100 -

4.8. Aufgabe 4.8

$$|X(f)| = \left| \frac{\sin(\pi f N_R T_a)}{\sin(\pi f T_a)} \right| \quad \text{Gleichung (40)}$$

$$x(n) = \varepsilon(n) - \varepsilon(n - N_R) \xrightarrow{z} X(z) = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-1} z^{-N_R} = \frac{z(1 - z^{-N_R})}{z-1}$$

mit $z = e^{j\omega T_a}$ folgt:

$$X(e^{j\omega T_a}) = \frac{e^{j\omega T_a} (1 - e^{-j\omega N_R T_a})}{e^{j\omega T_a} - 1} = \frac{e^{-j\omega N_R \frac{T_a}{2}} \left(e^{j\omega N_R \frac{T_a}{2}} - e^{-j\omega N_R \frac{T_a}{2}} \right) e^{j\omega T_a}}{e^{j\omega \frac{T_a}{2}} \left(e^{j\omega \frac{T_a}{2}} - e^{-j\omega \frac{T_a}{2}} \right)}$$

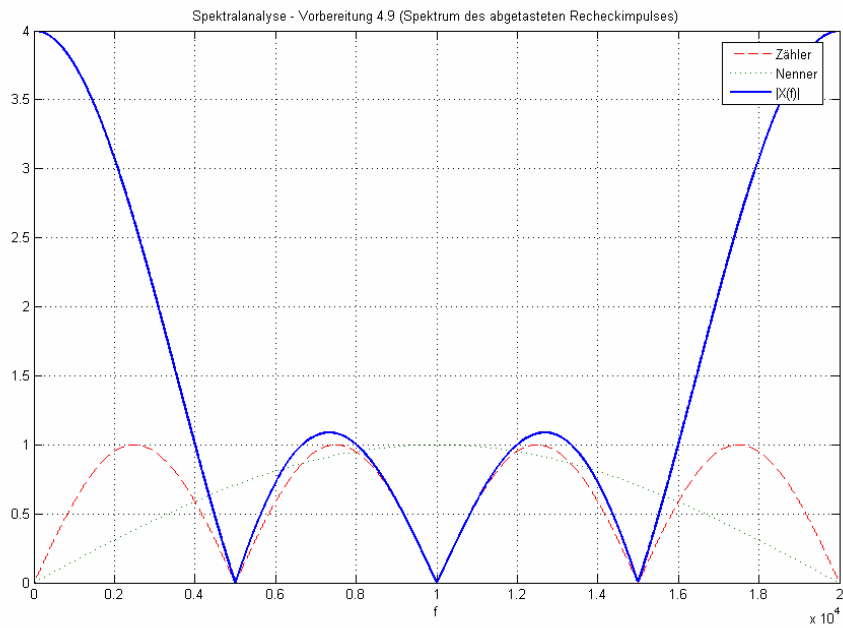
mit $\sin(x) = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$ folgt

$$x(e^{j\omega T_a}) = \frac{e^{-j\omega N_R \frac{T_a}{2}} \cdot 2j \sin\left(2\pi f N_R \frac{T_a}{2}\right) \cdot e^{j\omega T_a}}{e^{j\omega \frac{T_a}{2}} \cdot 2j \sin\left(\omega \frac{T_a}{2}\right)} = e^{j\omega \frac{T_a}{2}(1-N_R)} \frac{\sin(\pi f N_R T_a)}{\sin(\pi f T_a)}$$

4.9. Aufgabe 4.9

Der Verlauf des Zählers $Z(40) = \sin(\pi f N_R T_a)$, des Nenners $N(40) = \sin(\pi f T_a)$ und der Gesamtfunktion (40) $|X(f)| = \frac{\sin(\pi f N_R T_a)}{\sin(\pi f T_a)}$ wurde mithilfe von Matlab über der Frequenz dargestellt:

```
%Spektralanalyse - Vorbereitung 4.9 (Spektrum des abgetasteten
Recheckimpulses)
fa=20e3;
f=[0:1:fa];
% Nr = 4 als Vorgabe
z=abs(sin(pi*f*4/fa));
n=abs(sin(pi*f/fa));
xf=z./n;
plot(f,z,'r--',f,n,'g--',f,xf,'b');
xlabel('f');
title('Spektralanalyse - Vorbereitung 4.9 (Spektrum des abgetasteten
Recheckimpulses)');
legend('Zähler','Nenner','|X(f)|');
grid;
```

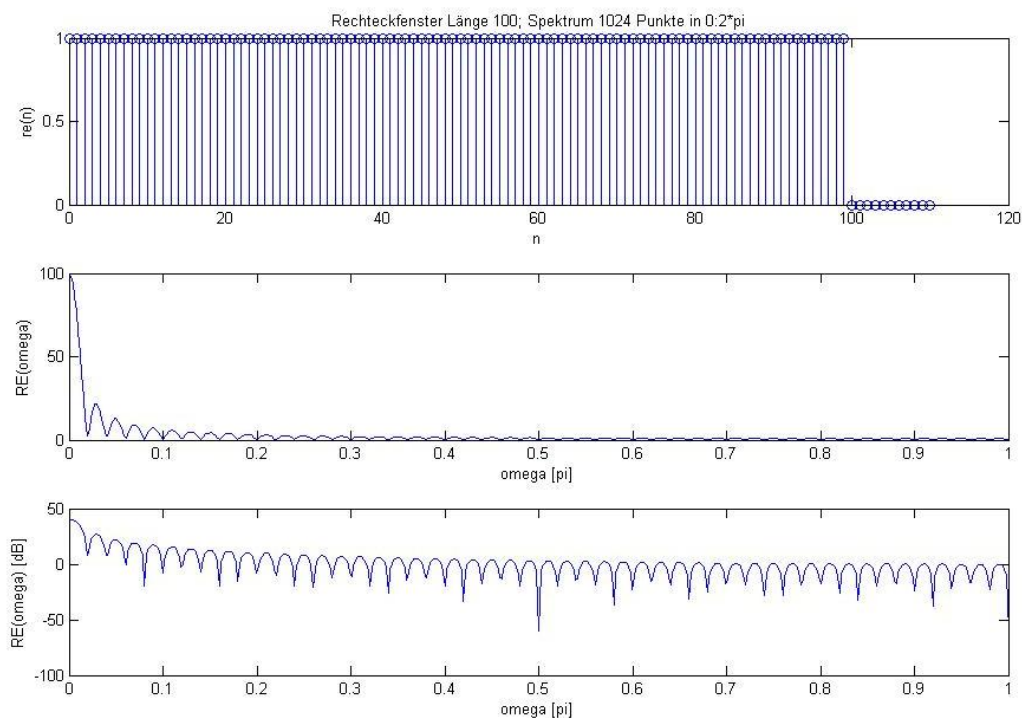


- Abbildung 10: Gleichung 40 -

5 Versuchsdurchführung

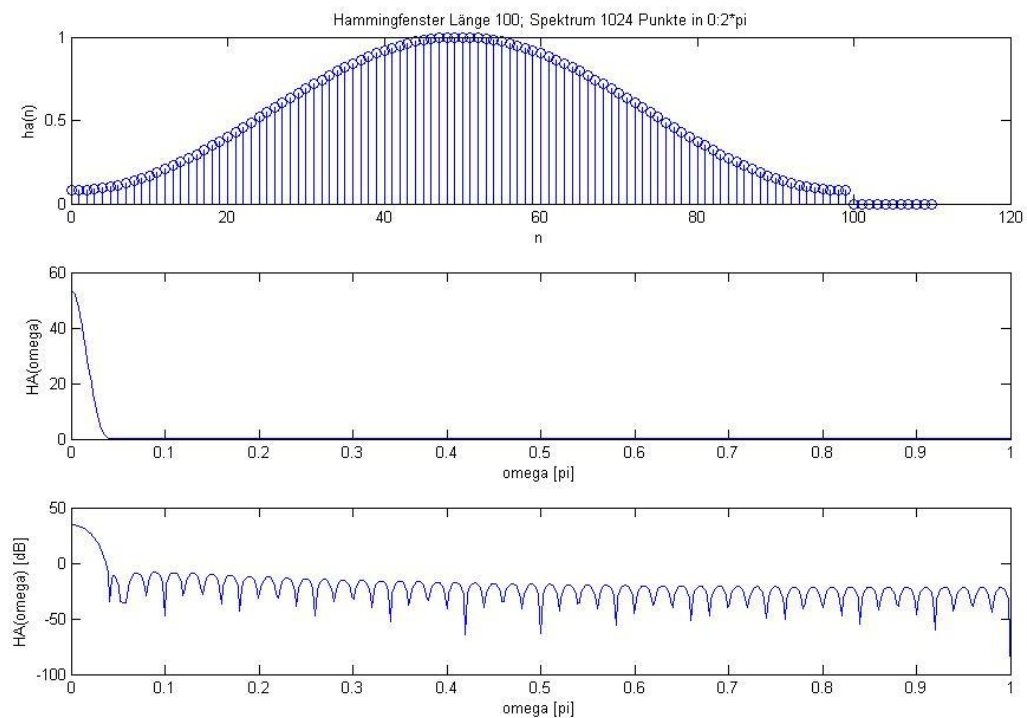
5.1. Fensterfunktionen

Mit dem Makro `fh_fenspre.m` wurde die Fouriertransformierte des Rechteckfensters berechnet. Als Fensterbreite wurden $N_W = 100$ Punkte gewählt, die berechneten Frequenzpunkte wurden mit $N_F = 2^{10} = 1024$ festgelegt: `fh_fenspre (100,1024)`



- Abbildung 11: Spektrum des Rechteckfensters -

Die Fouriertransformierte des Hammingfensters wurde mit dem Makro `fh_fenspha.m` berechnet. Als Fensterbreite wurden $N_W = 100$ Punkte gewählt, die berechneten Frequenzpunkte wurden mit $N_F = 2^{10} = 1024$ festgelegt: `fh_fenspha (100,1024)`



- Abbildung 12: Spektrum des Hammingfensters -

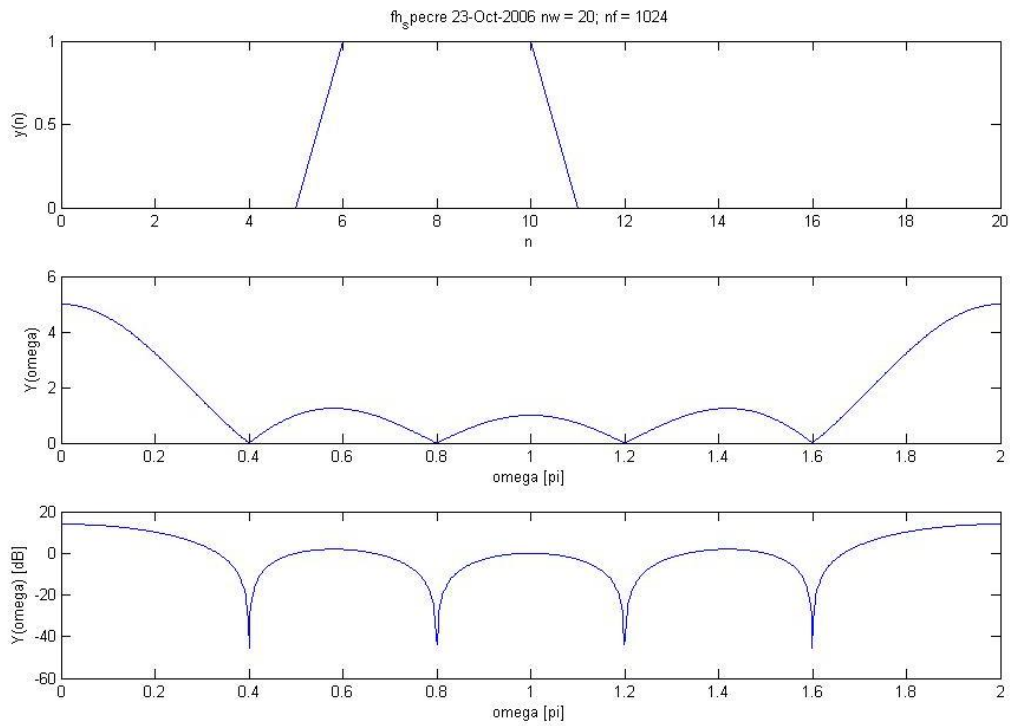
Wie man deutlich erkennt, werden die Amplituden der Nebenzipfel unter Verwendung des Hammingfensters wesentlich stärker gedämpft.

5.2. Spektrum eines Einzelimpulses

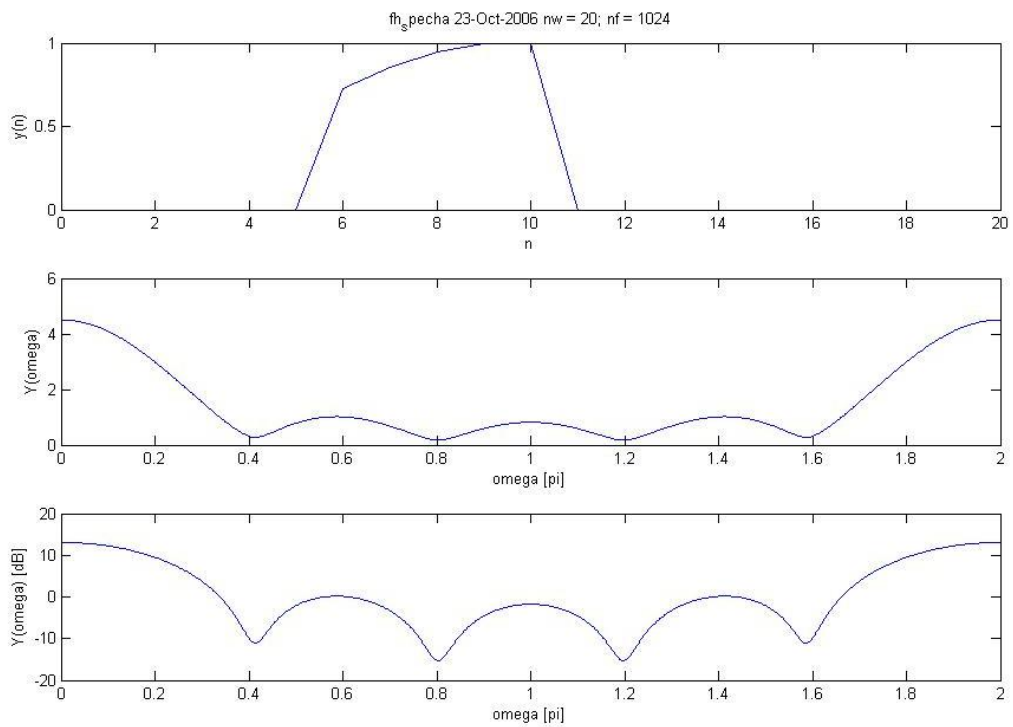
Der benötigte Messdatensatz wurde mit dem Befehl `load RE_PULS1` geladen. Darin besteht eine Periode aus 20 Abtastwerten. Daraufhin wurde die Fenstergröße auf jeweils $N_w = 20$ Punkten festgelegt.

Das Spektrum wurde mit den Makros `fh_specre (re_puls1,20,1024)` und `fh_specha (re_puls1,20,1024)` berechnet.

Man kann erkennen, dass die Verwendung des Rechteckfensters sinnvoller ist



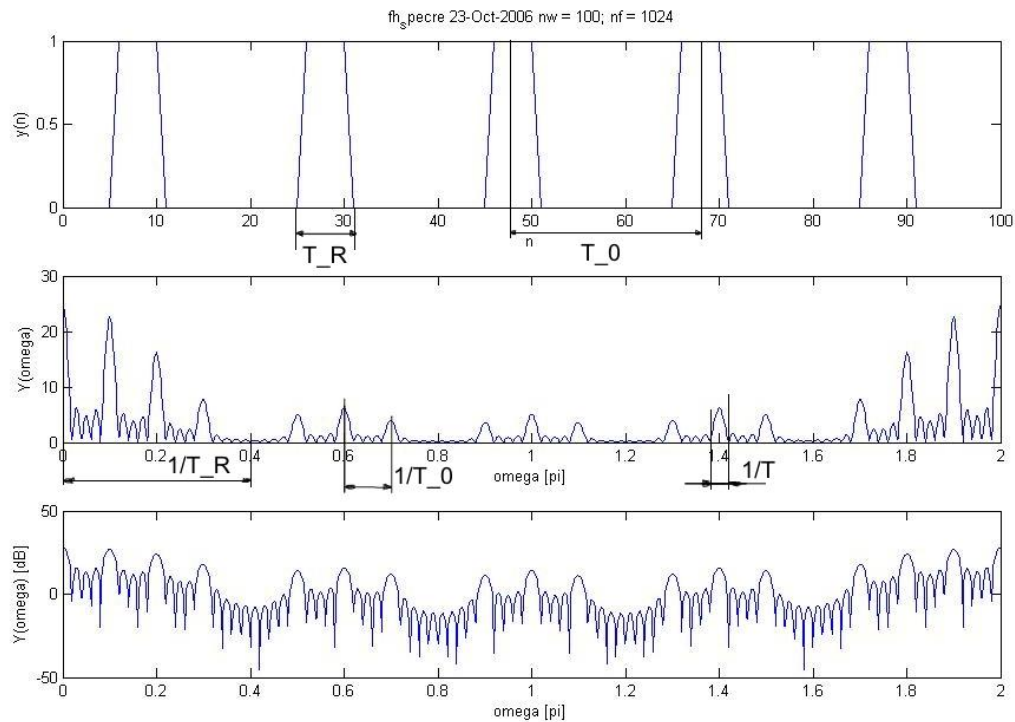
- Abbildung 13: Spektrum eines Einzelimpulses (Rechteckfensterung) -



- Abbildung 14: Spektrum eines Einzelimpulses (Hammingfensterung) -

5.3. Einfluß von Fensterform und Fensterbreite

Das Spektrum wurde mit den Makro `fh_specre (re_puls1,100,1024)` für 5 Periodendauern berechnet:

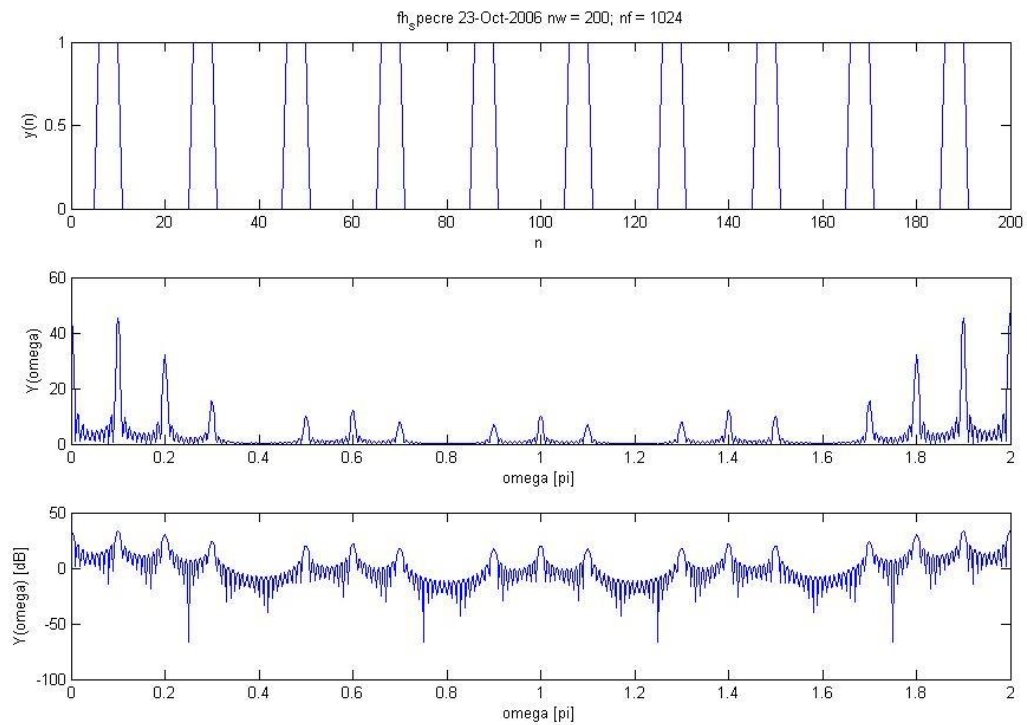


- Abbildung 15: Spektrum mit $N_w=5$ Periodendauern (Rechteckensterung) -

Dabei lassen folgende Werte bestimmen:

$$\begin{aligned}
 T_R &= 5 \cdot t_a & T_0 &= 20 \cdot t_a & T &= 100 \cdot t_a = T_w \\
 \frac{1}{T_R} &= 0,4\pi & \frac{1}{T_0} &= 0,1\pi & \frac{1}{T} &= 0,02\pi = \frac{1}{T_w}
 \end{aligned}$$

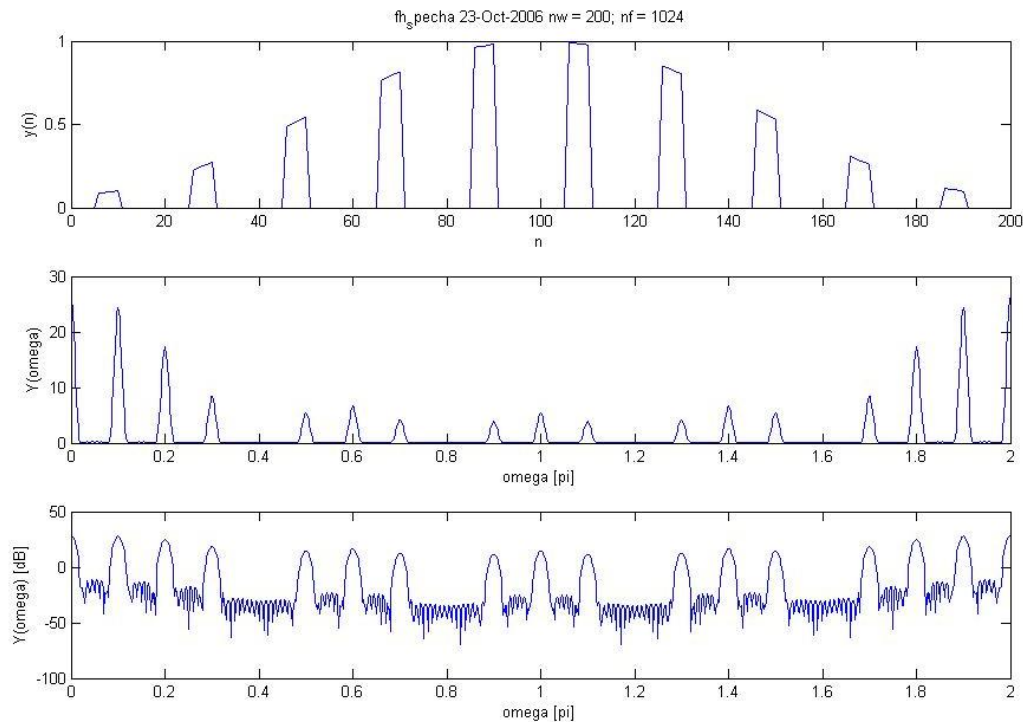
Nun wurde das Spektrum mit dem Makro `fh_specre` (`re_puls1,200,1024`) für 10 Periodendauern berechnet:



- Abbildung 16: Spektrum mit $N_W=10$ Periodendauern (Rechteckensterung) -

$$\begin{aligned}
 T_R &= 5 \cdot t_a & T_0 &= 20 \cdot t_a & T &= 200 \cdot t_a = T_W \\
 \frac{1}{T_R} &= 0,4\pi & \frac{1}{T_0} &= 0,1\pi & \frac{1}{T} &= 0,01\pi = \frac{1}{T_W}
 \end{aligned}$$

Nun wurde das Spektrum mit dem Makro `fh_specha` (`re_puls1, 200, 1024`) für 10 Periodendauern berechnet:



- Abbildung 17: Spektrum mit $N_W=10$ Periodendauern (Hammingsterung) -

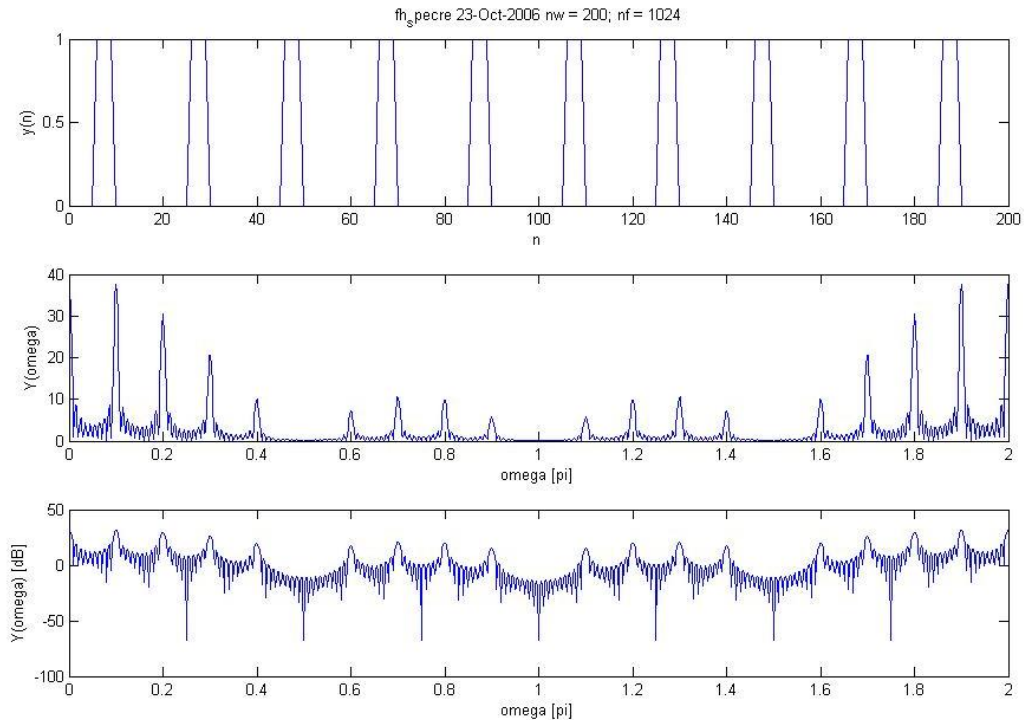
$$\begin{aligned}
 T_R &= 5 \cdot t_a & T_0 &= 20 \cdot t_a & T &= 200 \cdot t_a = T_W \\
 \frac{1}{T_R} &= 0,4\pi & \frac{1}{T_0} &= 0,1\pi & \frac{1}{T} &= 0,01\pi = \frac{1}{T_W}
 \end{aligned}$$

5.4. Einfluß von Periodendauer und Tastverhältnis

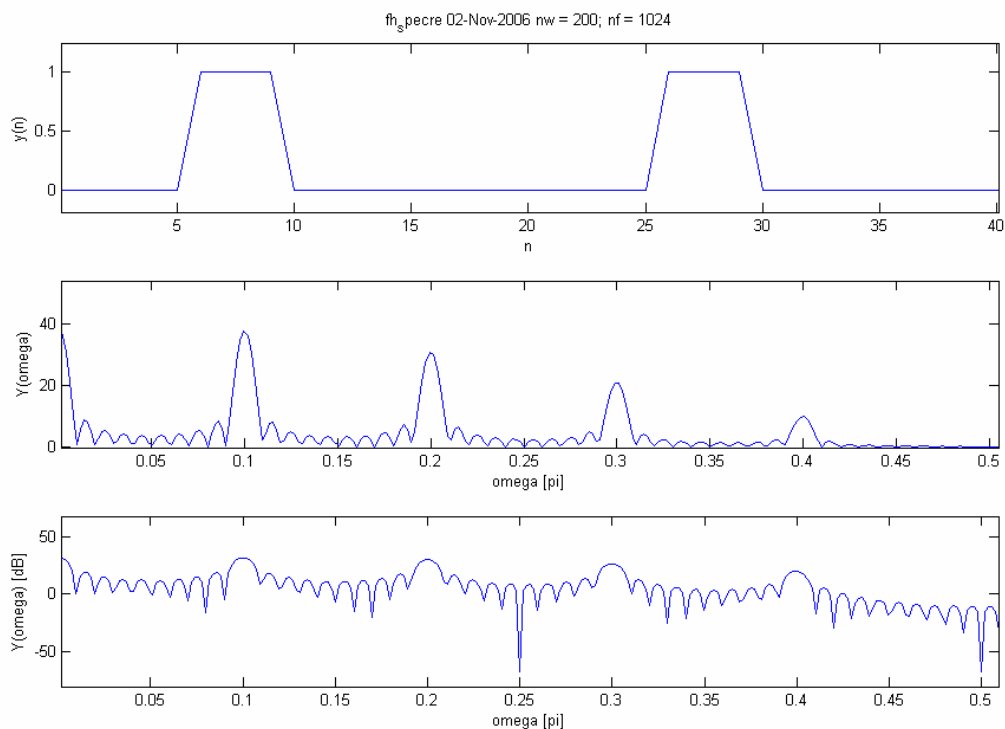
Es wurden die beiden Rechteckpulsfolgen `RE_PULS2.MAT` und `RE_PULS3.MAT` geladen (`load RE_PULS2, load RE_PULS3`).

Anschließend wurden die Periodendauern bestimmt. In der Pulsfolge `RE_PULS2` kommen periodisch 16 Nullen und 4 Einsen vor. Dies entspricht einer Periodendauer von 20. Die Pulsfolge `RE_PULS3` weist eine Periodendauer von 16 auf (12 Nullen und 4 Einsen).

Das Spektrum der Pulsfolge 2 wurde mit `fh_spectre` (`re_puls2, 200, 1024`) aufgenommen:



- Abbildung 18: Spektrum der Pulsfolge 2 (Rechteckfensterung) -



- Abbildung 19: Ausschnitt des Spektrums der Pulsfolge 2 (Rechteckfensterung) -

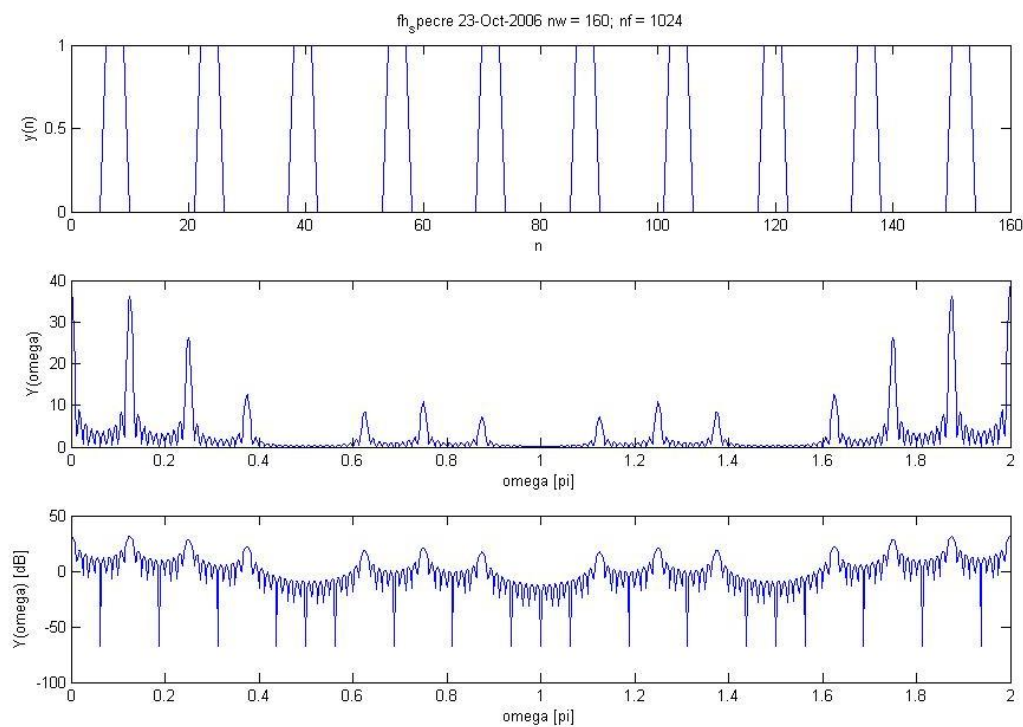
Aus den Abbildungen 18 und 19 lassen sich folgende Werte ablesen:

$$T_R = 4 \cdot t_a \quad T_0 = 20 \cdot t_a \quad T = 200 \cdot t_a = T_W$$

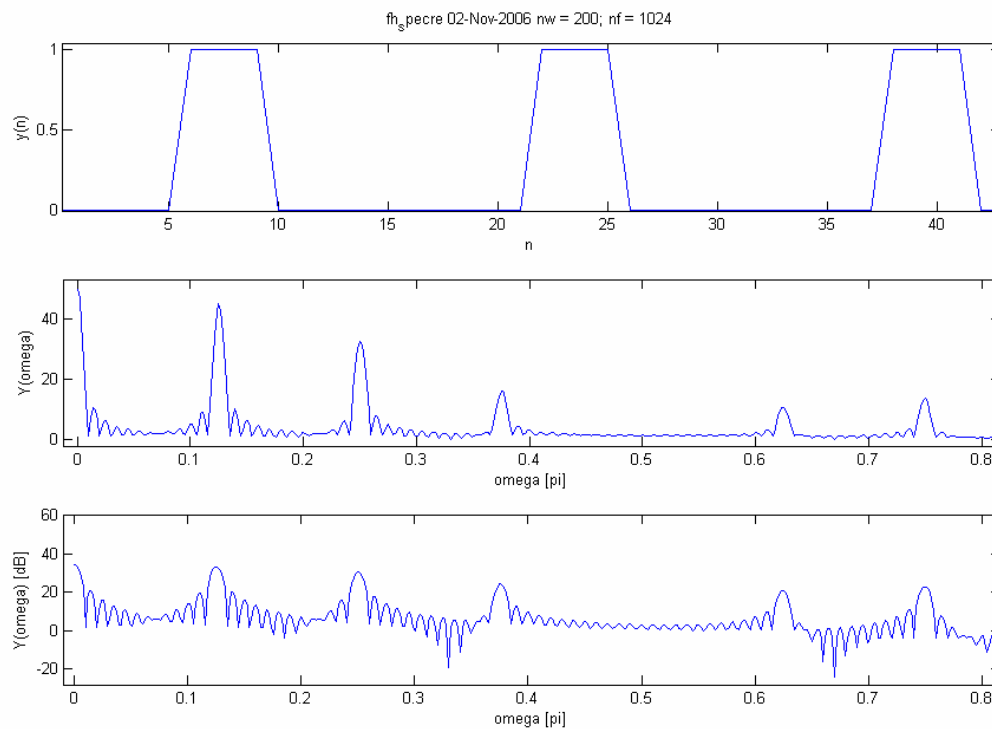
$$\frac{1}{T_R} = 0,5\pi \quad \frac{1}{T_0} = 0,1\pi \quad \frac{1}{T} = 0,01\pi = \frac{1}{T_W}$$

Das Tastverhältnis beträgt $\frac{T_R}{T_0} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Das Spektrum der Pulsfolge 3 wurde mit `fh_specre` (`re_puls2,160,1024`) aufgenommen:



- Abbildung 20: Spektrum der Pulsfolge 3 (Rechteckfensterung) -



- Abbildung 21: Ausschnitt des Spektrums der Pulsfolge 3 (Rechteckfensterung) -

Aus den Abbildungen 20 und 21 lassen sich folgende Werte ablesen:

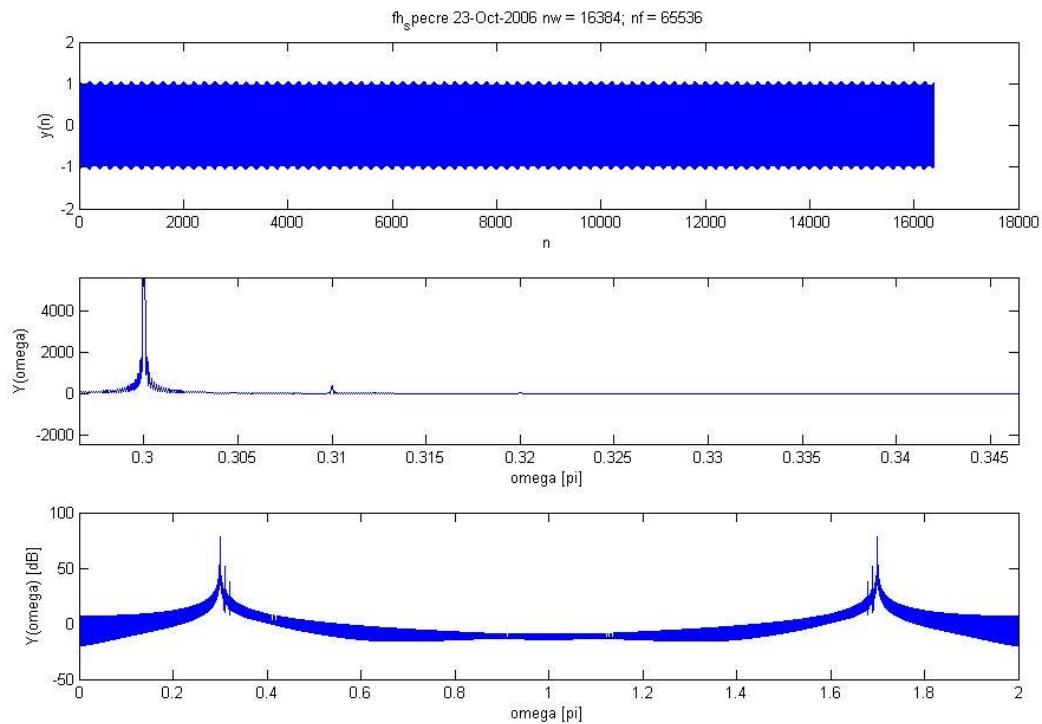
$$T_R = 4 \cdot t_a \quad T_o = 16 \cdot t_a \quad T = 160 \cdot t_a = T_w$$

$$\frac{1}{T_R} = 0,4\pi \quad \frac{1}{T_o} = 0,125\pi \quad \frac{1}{T} = 0,0125\pi = \frac{1}{T_w}$$

Das Tastverhältnis beträgt $\frac{T_R}{T_o} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

5.5. Detektion bestimmter Frequenzkomponenten

Das Signal aus der Datei GEMISCH.MAT wurde mit dem Befehl `load GEMISCH` geladen und zuerst das Spektrum mittels Rechteckfensterung dargestellt:



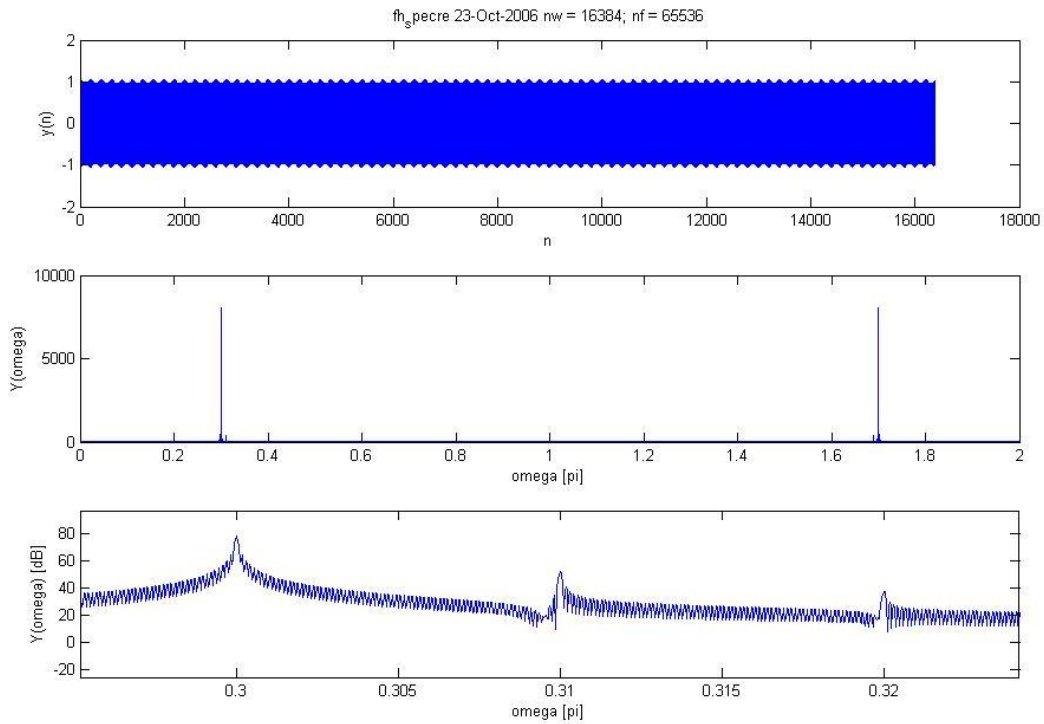
- Abbildung 22: Spektrum vom Signal GEMISCH.MAT (Rechteckfensterung) -

In den nachfolgenden Abbildungen 23 und 24 wurde die Zoomfunktion benutzt um die Frequenzen bestimmen zu können:

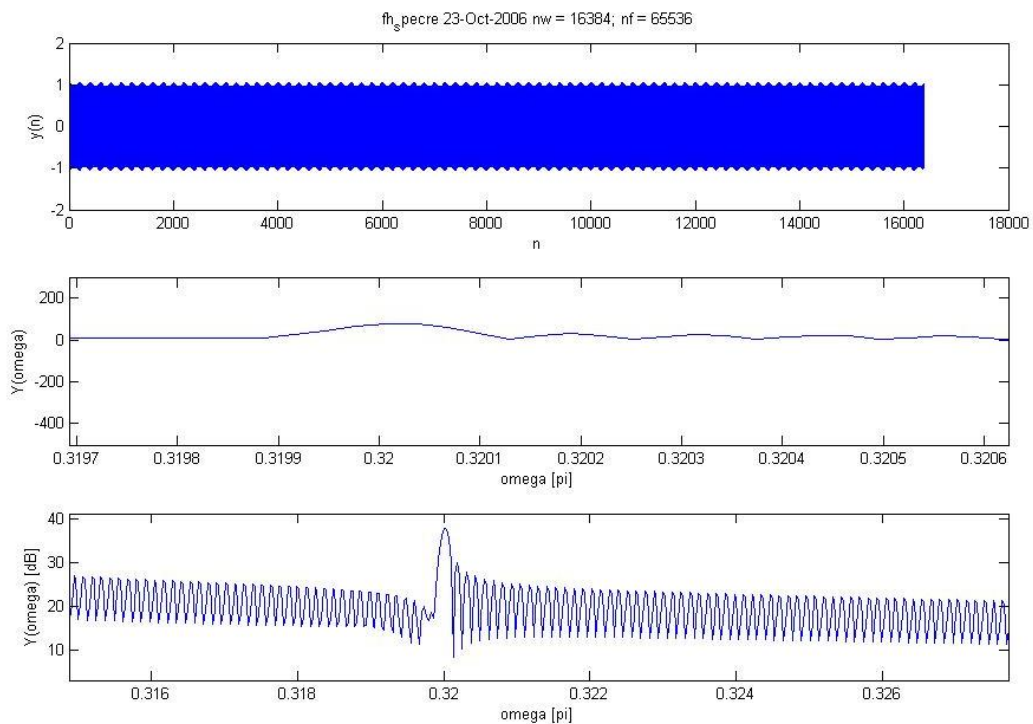
$$f_1 = 0,3f_a \text{ (Amplitude ca. 80dB)}$$

$$f_1 = 0,31f_a \text{ (Amplitude ca. 60dB)}$$

$$f_1 = 0,32f_a \text{ (Amplitude ca. 40dB)}$$

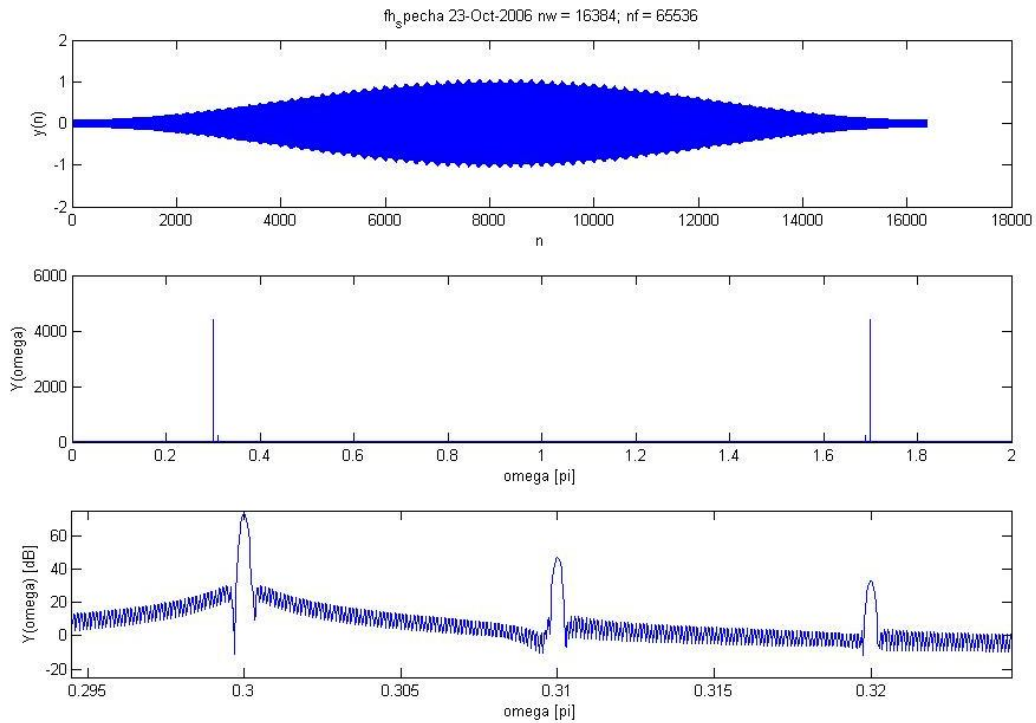


- Abbildung 23: Ausschnitt des Spektrums vom Signal GEMISCH.MAT (Rechteckfensterung) -



- Abbildung 24: Ausschnitt des Spektrums Spektrum vom Signal GEMISCH.MAT (Rechteckfensterung) -

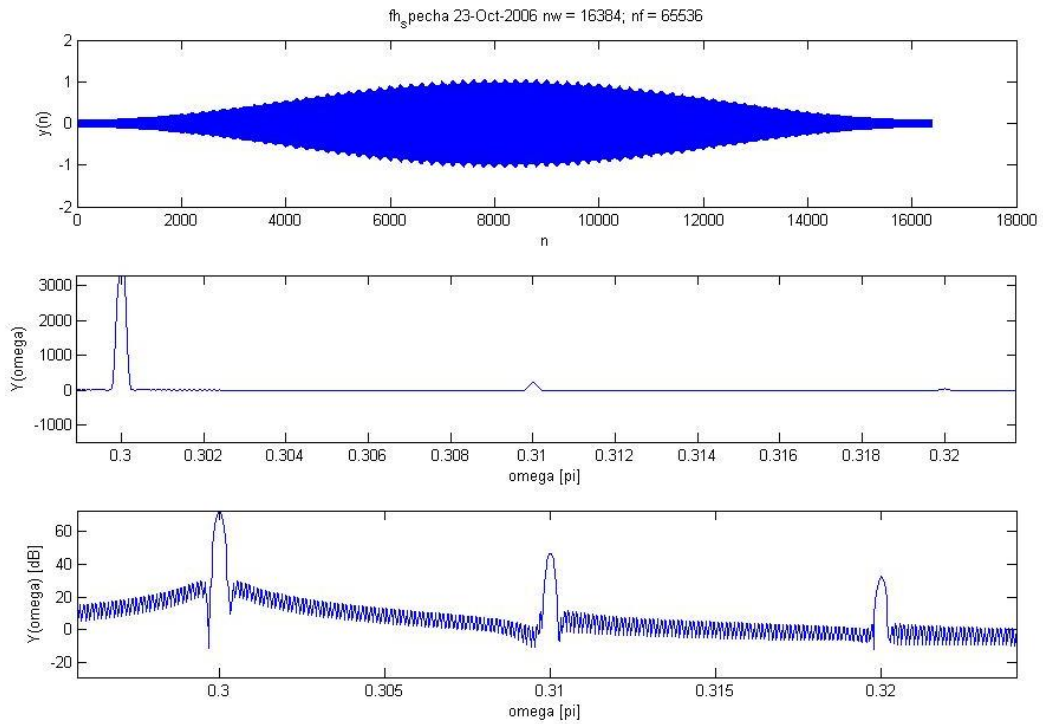
Nun wurde das Spektrum des Signals mit dem Hammingfenster dargestellt:



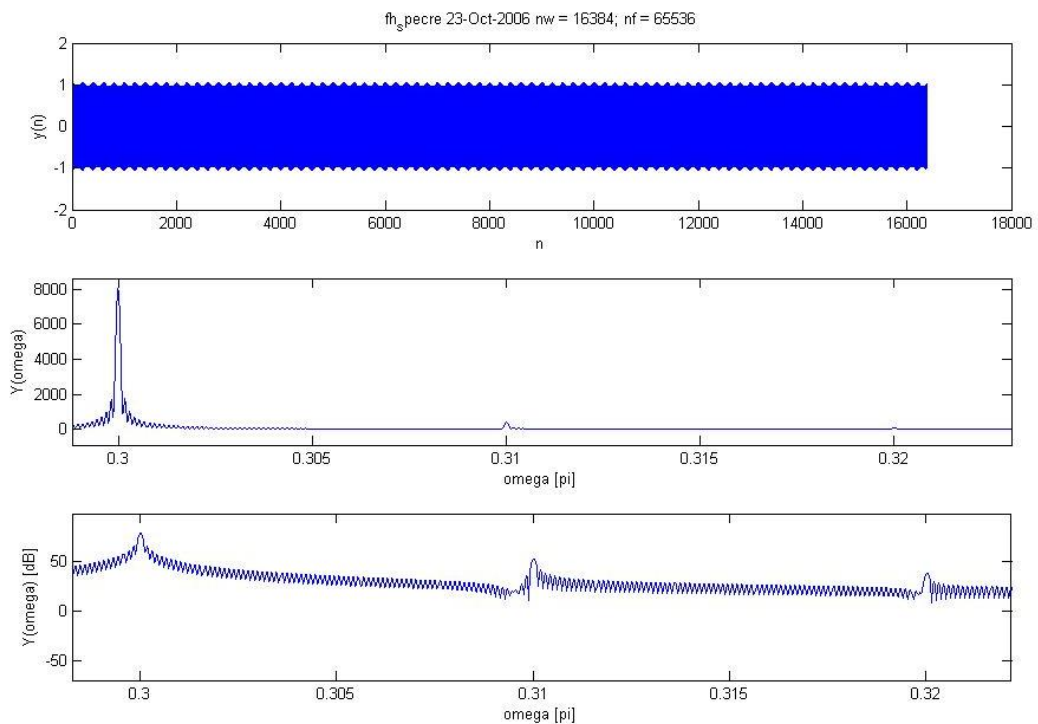
- Abbildung 25: Spektrum vom Signal GEMISCH.MAT (Hammingfensterung) -

Mit Hilfe des Hammingfensters lassen sich die Frequenzen bereits in der linearen Darstellung deutlich erkennen (Abbildungen 25, 26):

$$f_1 = 0,3f_a, \quad f_2 = 0,31f_a, \quad f_3 = 0,32f_a$$



- Abbildung 26: Ausschnitt des Spektrums Spektrum vom Signal GEMISCH.MAT (Hammingfensterung) -



- Abbildung 27: Vergleich der linearen und logarithmischen Darstellung des Spektrums vom Signal GEMISCH.MAT (Rechteckfensterung) -

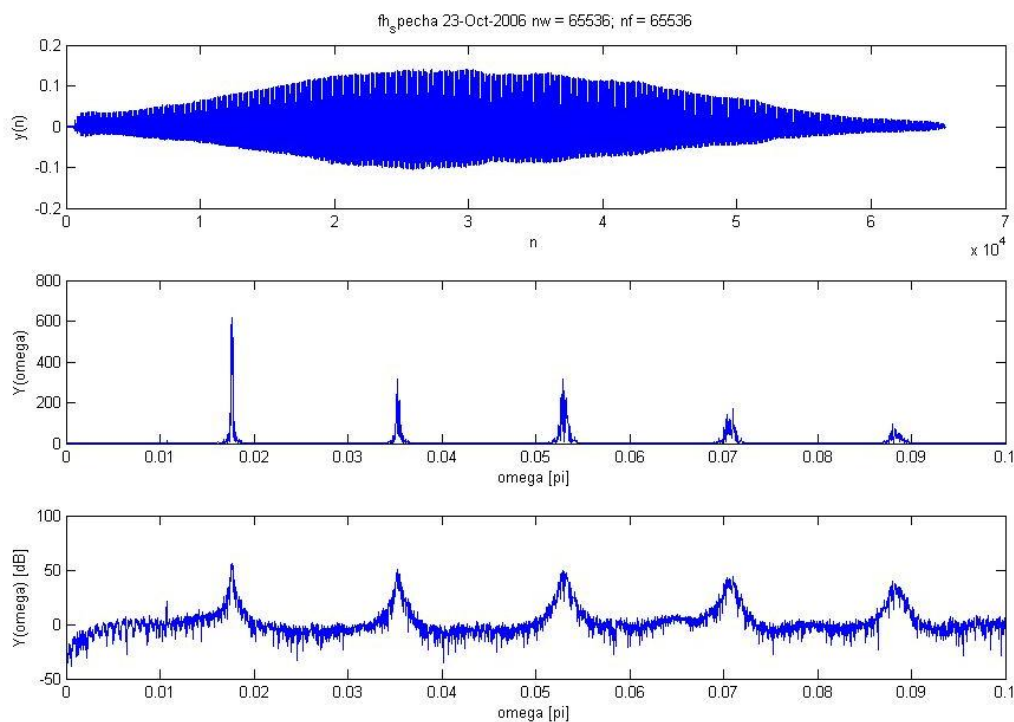
Zusätzlich wurden zum Vergleich die lineare und die logarithmische Darstellung des Spektrums mit Rechteckfensterung aufgenommen (Abbildung 27). Dieser zeigt, dass die logarithmische Darstellung ein genaueres Spektrum liefert.

5.6. Analyse von Sprachsignalen

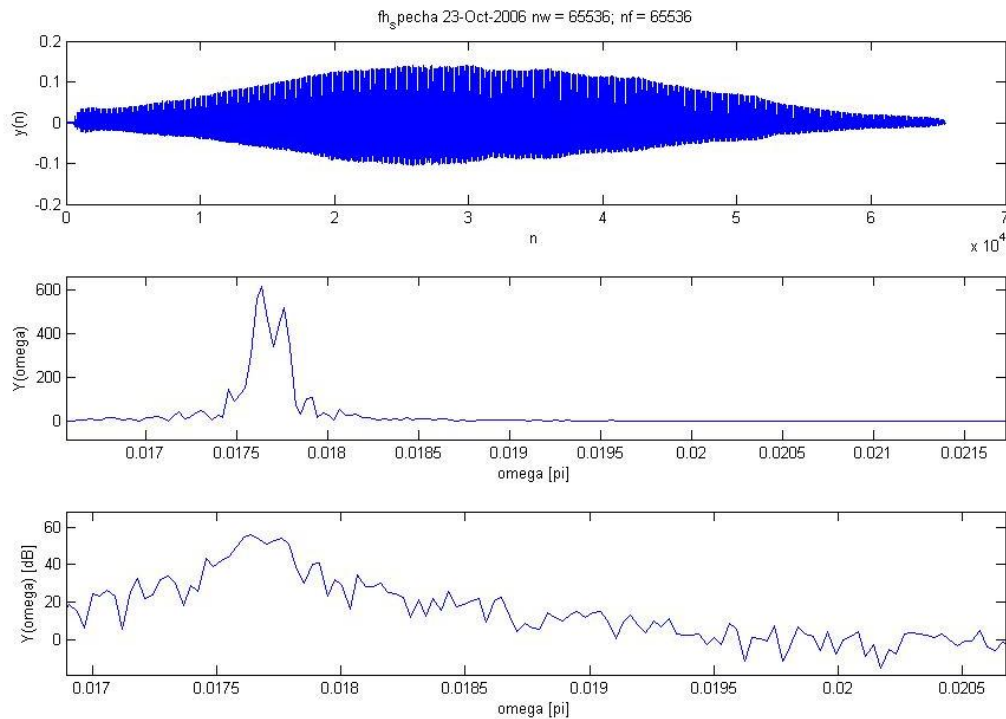
Für die Aufzeichnung der Sprachsignale stand uns das Programm Creative Wave Studio im Labor nicht zur Verfügung. Wir mussten daher die Signale mit einem Laptop und dem Programm Audio Recorder von Windows XP aufzeichnen. Die Abtastfrequenz von 22,05 kHz und die Samplebreite 32 bit ließen sich nicht verändern. Aus Zeitgründen wurde der Versuch nur mit dem Sprachlaut „a“ durchgeführt.

Die Wavedatei für das hohe „a“ wurde mit Matlab analysiert:

```
VarAhoch = wavread('hohes-a.wav')
VarAhoch = VarAhoch'
mean (VarAhoch)
fh_specha (VarAhoch, 2^16, 2^16, 0, 0.1)
```



- Abbildung 28: Spektrum des hohen „a“ (Hammingfensterung) -



- Abbildung 29: Ausschnitt des Spektrums des hohen „a“ (Hammingfensterung) -

Insbesondere aus Abbildung 29 lässt sich gut die Pitchfrequenz bestimmen:

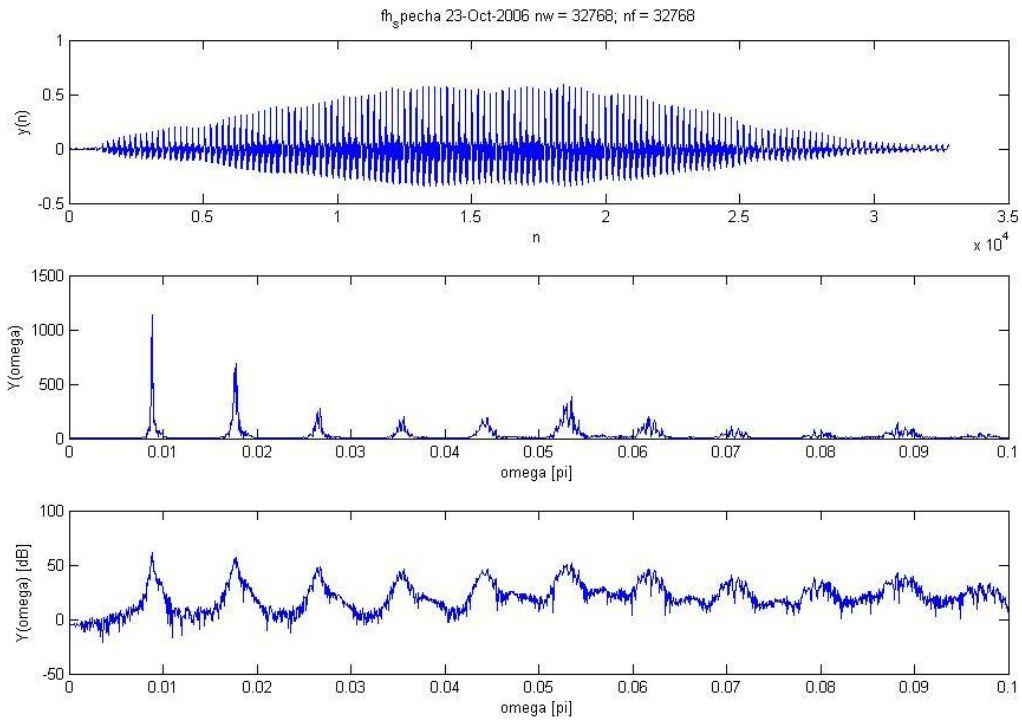
$$f_0 = 0,0177 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,0177 \cdot \frac{22,05\text{kHz}}{2} = 195,14\text{Hz}$$

$$F_1 \cong 0,037 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,037 \cdot \frac{22,05\text{kHz}}{2} = 408\text{Hz}$$

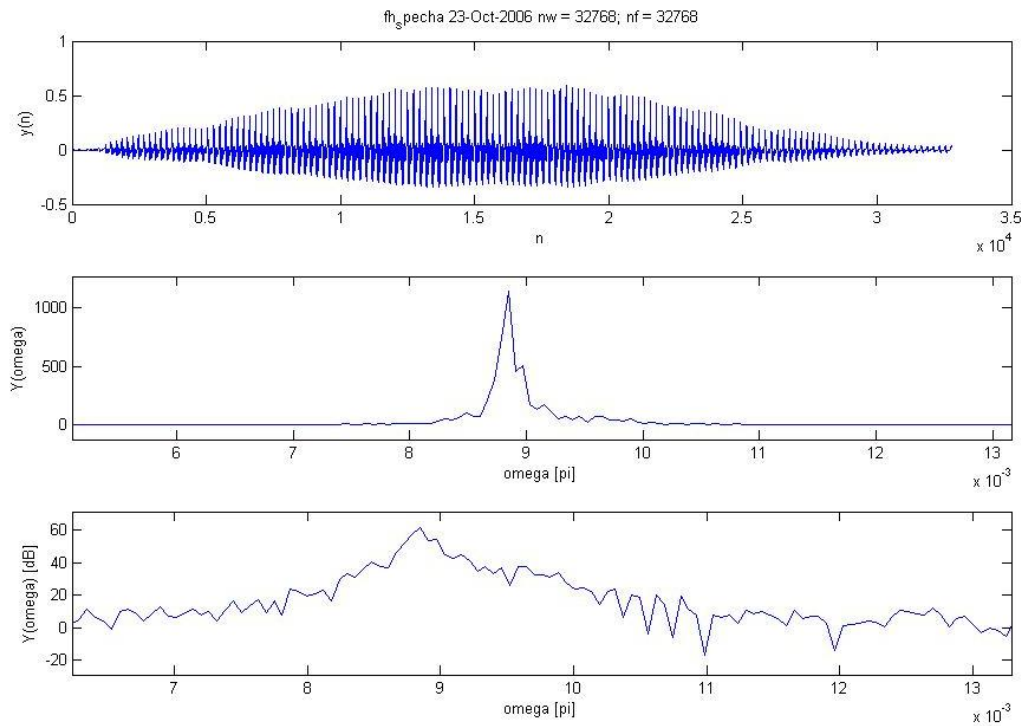
$$F_2 \cong 0,052 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,052 \cdot \frac{22,05\text{kHz}}{2} = 573\text{Hz}$$

Im Anschluss wurde noch die Wavedatei mit einem tiefen „a“ mit Matlab analysiert:

```
VarAhoch = wavread('tiefes-a.wav')
VarAhoch = VarAhoch'
mean (VarAhoch)
fh_specha (VarAhoch, 2^16, 2^16, 0, 0.1)
```



- Abbildung 30: Spektrum des tiefen „a“ (Hammingfensterung) -



- Abbildung 31: Ausschnitt des Spektrums des tiefen „a“ (Hammingfensterung) -

Aus Abbildung 31 lässt sich gut die Pitchfrequenz bestimmen:

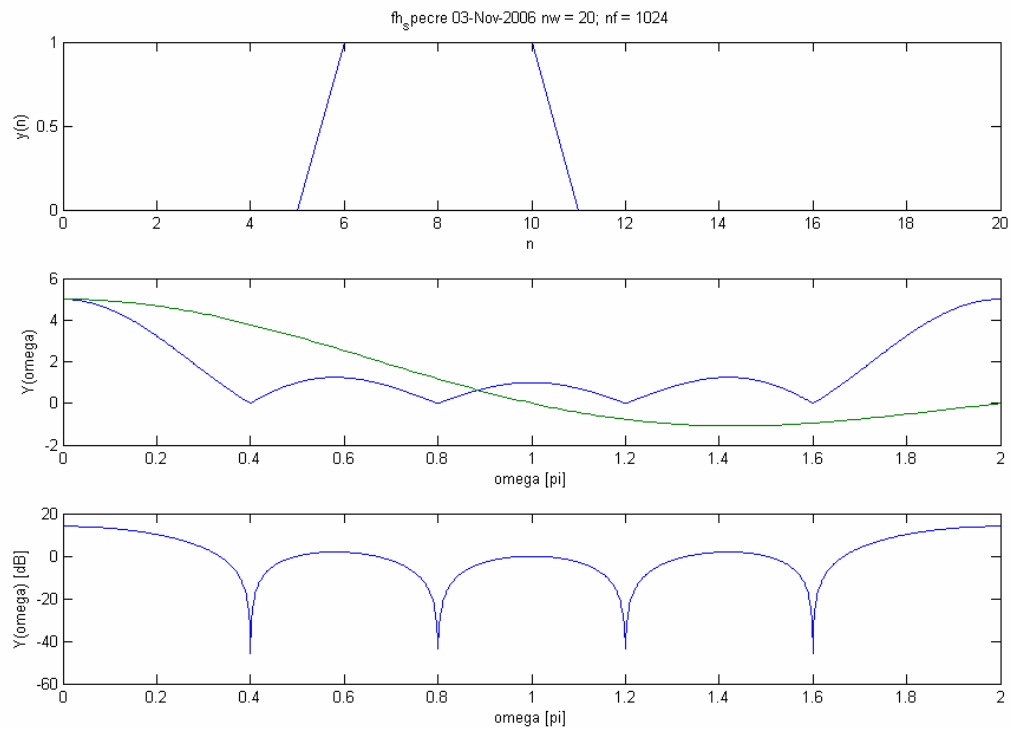
$$0,0088 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,0088 \cdot \frac{22,05kHz}{2} = 97,02Hz$$

$$F_1 \cong 0,018 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,018 \cdot \frac{22,05kHz}{2} = 198Hz$$

$$F_2 \cong 0,027 \cdot \frac{f_a}{2} = 0,027 \cdot \frac{22,05kHz}{2} = 298Hz$$

6 Versuchsauswertung

6.1. Aufgabe 6.1



- Abbildung 32: Vergleich Messung 5.2 / theoretischer Verlauf (Rechteckfensterung) -

6.2. Aufgabe 6.2

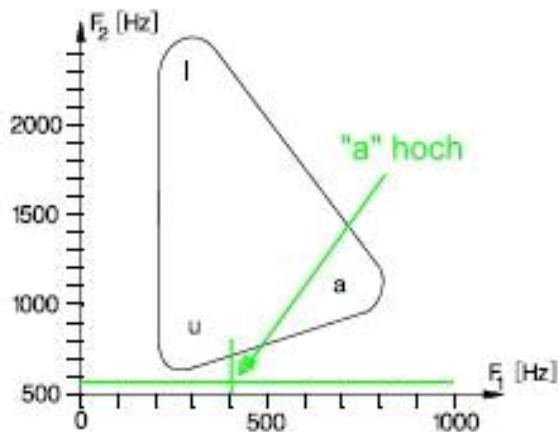
siehe Aufgaben 5.3 und 5.4.

6.3. Aufgabe 6.3

Die Amplitudenverhältnisse zwischen den Haupt- und Nebenmaxima sind sehr groß. Daher werden die Nebenmaxima in der linearen nicht deutlich genug angezeigt. Die logarithmische Darstellung bildet diese besser ab.

6.4. Aufgabe 6.4

Die Pitchfrequenzen und die Formanten F_1 und F_2 wurden in Aufgabe 5.6 berechnet. Das hohe „a“ wurde in die Formantkarte (Abbildung 33) eingetragen.



- Abbildung 33: Formantkarte -

Weitere Betrachtungen sind wegen der unter Aufgabe 5.6 beschriebenen Problematik nicht möglich.